

КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. АЛЬ-ФАРАБИ
Физико-технический факультет
Кафедра Электроники и астрофизики

Алимгазинова Н.Ш.

Теоретические основы электротехники

для студентов, обучающихся по специальности
«Промышленная электроника и системы управления»

Алматы, 2025

2 лекция. Законы Ома и Кирхгофа. Методы анализа простых и сложных линейных цепей постоянного тока

Цель лекции. Изучить основные законы и методы анализа электрических цепей постоянного тока; сформировать умения применять законы Ома и Кирхгофа, а также различные методы расчёта простых и сложных линейных цепей.

План

1. Законы Ома и Кирхгофа.
2. Методы анализа простых и сложных линейных цепей постоянного тока: метод контурных токов; метод наложения; метод двух узлов; метод узловых потенциалов; метод компенсации; принцип взаимности.

1. Законы Ома и Кирхгофа

Закон Ома. Данный закон показывает зависимость тока от напряжения как на участке цепи по известной разности потенциалов, так и в полной цепи через известное значение ЭДС. Геометрической интерпретацией закона Ома является ВАХ проводника электрического тока.

Для записи закона примем, что положительное направление напряжения U_{ab} совпадает с положительным направлением тока. Тогда закон Ома для участка цепи (рисунок 1, а):

$$I_{ab} = \frac{U_{ab}}{R} = \frac{\varphi_a - \varphi_b}{R}, \quad (1)$$

где φ_a , φ_b - потенциалы узлов a и b . В общем виде в знаменателе стоит сумма всех сопротивлений на рассматриваемом участке цепи.

Таким образом, **закон Ома** гласит, что *сила тока на участке цепи прямо пропорциональна падению напряжения на данном участке и обратно пропорциональна сопротивлению данного участка цепи*.

Для полной цепи (рисунок 1, б), содержащей источник энергии, закон Ома записывается следующим образом:

$$I_{ab} = \frac{U_{ab} + E}{R + r} = \frac{\varphi_a - \varphi_b + E}{R + r}, \quad (2)$$

где E - значение источника ЭДС, r - его внутреннее сопротивление. В общем виде (2) имеет вид:

$$I_{ab} = \frac{U_{ab} \pm \sum E}{\sum (R + r)} = \frac{\varphi_a - \varphi_b \pm \sum E}{\sum (R + r)} \quad (3)$$

Знак « \pm » перед ЭДС зависит от направления самой ЭДС по отношению к направлению тока.



Рисунок 1

Закон Ома применяется для расчёта режимов отдельных участков электрической цепи, состоящих из одного или нескольких резисторов и источников ЭДС. Однако в сочетании с эквивалентными преобразованиями он может использоваться для более сложных задач. В частности, его можно использовать для задач определения тока в какой-либо ветви двухконтурной электрической цепи или напряжения на отдельном элементе.

Этапы применения закона Ома:

1. Определяем количество узлов (m) и ветвей (n) цепи.
2. Производим эквивалентное преобразование схемы (учитывая условия задачи). Задаем произвольно условно-положительные направления истинных токов в каждой ветви, обозначаем узлы.
3. Определяем эквивалентные параметры цепи.
4. Используя закон Ома рассчитываем искомые величины.

Законы Кирхгофа. Существует два закона: *I закон Кирхгофа* описывает баланс токов в разветвлениях, *II закон Кирхгофа* - баланс напряжений на замкнутых участках цепи. Этим законам подчиняются процессы во всех электрических цепях, как при постоянных, так и при переменных токах и напряжениях.

I закон Кирхгофа:

1 интерпретация: алгебраическая сумма всех токов, сходящихся в узле равна нулю:

$$\sum_k I_k = 0 \quad (4)$$

Знаки токов выбираются следующим образом: «+» - если ток будет направлен к узлу, а «-» - если ток направлен в другую сторону (от узла).

2 интерпретация: алгебраическая сумма токов, втекающих в узел, равна алгебраической сумме токов, вытекающих из узла.

По I закону Кирхгофа составляются $m - 1$ уравнение, где m - количество узлов в ЭЦ.

II закон Кирхгофа:

1 интерпретация: алгебраическая сумма падений напряжений на всех элементах замкнутого участка цепи (контура) равна алгебраической сумме всех ЭДС данного участка цепи (контура):

$$\sum_{k,l} I_k R_l = \sum_m E_m \quad (5)$$

Для того, чтобы правильно составить уравнение по данному закону необходимо задать направление обхода контура. В соответствии с этим записываются знаки при суммировании падений напряжений на элементах: «+» - если направление тока, протекающего через элемент, будет совпадать с направлением обхода контура, и «-» - если ток направлен в другую сторону. Аналогично будет со знаками ЭДС, при совпадении направлений «+» и не совпадении - «-».

2 интерпретация: алгебраическая сумма разности потенциалов (напряжений) любого замкнутого участка цепи (контура) равна нулю:

$$\sum_k U_k = 0, \quad (6)$$

где $U = \varphi_2 - \varphi_1$.

По II закону Кирхгофа составляется столько уравнений, сколько независимых контуров в ЭЦ: $k = n - m - n_{\text{ИТ}} + 1$, где n - количество ветвей, m - количество узлов, $n_{\text{ИТ}}$ - количество ветвей, содержащих источники тока.

Законы Кирхгофа могут применяться при расчёте произвольной электрической цепи любой сложности.

Этапы применения законов Кирхгофа:

1. Определяем количество узлов - m , ветвей - n и ветвей, содержащих источники тока - $n_{\text{ИТ}}$. По ним определяем число независимых контуров по формуле: $k = n - m - n_{\text{ИТ}} + 1$.

2. Именуем каждый узел (a, b, c, \dots) и контур (I, II, \dots). На электрической схеме указываем произвольно условно-положительные направления истинных токов во всех ветвях (I_1, I_2, \dots, I_n) и направления обхода контуров.

3. Для $(m - 1)$ узлов записываем уравнения по первому закону Кирхгофа.

4. Для k контуров записываем уравнения по второму закону Кирхгофа.

5. Решаем составленную систему уравнений. Находим неизвестные истинные токи в ветвях.

Существует большое разнообразие сложных электрических цепей, которые в принципе можно рассчитать с помощью законов Ома и Кирхгофа. Однако решение в этом случае может оказаться слишком громоздким и потребует больших затрат времени. По этой причине для расчета сложных электрических цепей разработаны на основе законов Ома и Кирхгофа более рациональные методы расчета. Какой из методов придется применить для

расчета данной цепи, определяется заданными условиями и структурой рассчитываемой цепи.

2. Методы анализа простых и сложных линейных цепей постоянного тока: метод контурных токов; метод наложения; метод двух узлов; метод узловых потенциалов; метод компенсации; принцип взаимности.

Задачи расчета и анализа электрических цепей весьма разнообразны. Наиболее часто встречающиеся задания можно разделить на три категории:

1) Определение токов, напряжений, мощностей различных элементов цепи при заданных параметрах этих элементов.

2) Определение параметров элементов, обеспечивающих получение требуемых токов, мощностей, напряжений.

3) Определение характера изменения значений различных величин или соотношений между ними при изменении параметров цепи.

Метод контурных токов (МКТ) базируется на применении второго закона Кирхгофа. Этот метод наиболее рационально применять в схемах, где имеется малое количество независимых контуров.

Любая сложная цепь состоит из нескольких смежных контуров, каждый из которых имеет несмежные ветви, принадлежащие лишь данному контуру и смежные, входящие в состав соседних контуров. Согласно МКТ предполагается, что в каждом из контуров цепи протекает свой контурный ток, одинаковый для всех элементов. Контурные токи выступают в качестве неизвестных величин, подлежащих определению, поэтому относительно них составляются уравнения по второму закону Кирхгофа.

МКТ позволяет свести задачу расчета электрической цепи к решению системы уравнений меньшего порядка. Это упрощает расчет и делает этот метод более предпочтительным по сравнению с методом непосредственного применения законов Кирхгофа.

Этапы применения МКТ:

1. Определяем количество узлов - m , ветвей - n и ветвей, содержащих источники тока - n_{IT} . По ним определяем число независимых контуров по формуле: $k = n - m - n_{IT} + 1$.

2. Задаем произвольно условно-положительные направления истинных токов в каждой ветви. Обозначаем независимые контуры.

3. Предполагаем, что через все элементы заданного контура протекает только один контурный ток. Контурные токи обозначаем как $I_{11}, I_{22}, \dots, I_{kk}$, где k соответствует номеру контура. Задаем произвольно условно-положительные направления контурных токов в независимых контурах. Контуры выбираем так, чтобы они не включали в себя ветви с источниками тока. Ветви с источниками тока J образуют свои контуры с заданными токами.

4. Составляем $k = n - m - n_{IT} + 1$ уравнений по второму закону Кирхгофа для выбранных контуров с контурными токами $I_{11}, I_{22}, \dots, I_{kk}$. В

уравнениях учитываются падения напряжений на элементах контура, как от собственного контурного тока, так и от смежных контурных токов.

5. Решаем систему контурных уравнений, определяем неизвестные контурные токи $I_{11}, I_{22}, \dots, I_{kk}$.

6. Истинные токи ветвей определяем как алгебраические суммы контурных токов, протекающих в данной ветви.

7. При необходимости можно определить напряжения на отдельных элементах, мощности источников энергии и мощности приемников энергии.

Метод узловых потенциалов (МУП) базируется на применении первого закона Кирхгофа. Этот метод наиболее рационально применять в схемах, где число узлов меньше, чем число контуров.

В этом методе один узел цепи определяют как опорный (или базисный), потенциал которого принимают равным нулю, а потенциалы остальных ($m-1$) узлов считают неизвестными, подлежащими определению. Для схем, содержащих несколько ветвей, содержащих как активные, так и пассивные элементы опорный узел можно выбрать в зависимости от условий задачи, или произвольно. Для схем, содержащих несколько ветвей только с идеальными источниками ЭДС (без пассивных элементов), имеющих общий узел, этот общий узел принимают за опорный узел. Тогда потенциалы узлов, соединенных этими идеальными источниками ЭДС без пассивных элементов с опорным узлом, равны ЭДС этих идеальных источников ($+E$, если идеальный источник ЭДС направлен от опорного узла и $-E$ в противном случае).

МУП позволяет свести задачу расчета электрической цепи к решению системы простых уравнений меньшего порядка.

Этапы применения МУП:

1. Определяем количество узлов - m , ветвей - n .

2. Задаем произвольно условно-положительные направления истинных токов в каждой ветви. Обозначаем узлы.

3. Один узел схемы заземляем, т.е. определяем его как опорный. Принимаем его потенциал равным нулю.

4. Для остальных ($m-1$) узлов записываем уравнения по первому закону Кирхгофа.

5. По закону Ома записываем n уравнений для всех токов через потенциалы узлов.

6. Уравнения, полученные в п.5 подставляем в уравнения п.4. Решаем полученную систему уравнений относительно потенциалов.

7. Истинные токи ветвей определяем через уравнения п.5. и п.4.

8. При необходимости можно определить напряжения на отдельных элементах, мощности источников энергии и мощности приемников энергии.

В некоторых случаях удобно объединить п.4 и п.5 предварительно рассчитав проводимости узлов.

При расчетах разветвленных цепей встречаются случаи, когда анализируемая цепь образована параллельным соединением нескольких

ветвей, т.е. является схемой с двумя узлами. **Метод двух узлов (МДУ)** является частным случаем метода узловых потенциалов.

Анализ таких цепей упрощается, если сначала определить напряжение между узлами a и b , используя преобразование источников напряжения в эквивалентные источники тока.

Этапы применения МДУ:

1. Определяем количество узлов - m , ветвей - n .

2. Задаем произвольно условно-положительные направления истинных токов в каждой ветви. Обозначаем узлы.

3. Определяем напряжение между узлами a и b :

$$U_{ab} = \frac{\sum_j E_j g_j + \sum_i J_i}{\sum_n g_n},$$

где $g = \frac{1}{R}$ - проводимость ветви (g_j - проводимость ветвей, содержащих источники ЭДС E_j , а g_n - проводимости всех ветвей схемы).

При вычислении напряжения U_{ab} с положительным знаком записываются те слагаемые числителя, которые соответствуют источникам, направленным к узлу a .

4. По закону Ома определяем токи в ветвях.

5. При необходимости можно определить напряжения на отдельных элементах, мощности источников энергии и мощности приемников энергии.

В основе **метода наложения (МН)** лежит принцип наложения.

Принцип (теорема) наложения гласит, что ток в любой ветви сложной схемы, содержащей несколько источников, равен алгебраической сумме частичных токов (генерируемых только одним источником энергии), возникающих в этой ветви (на этом элементе) от независимого действия каждого источника в отдельности. Принцип наложения можно интерпретировать и для напряжения.

Принцип наложения выполняется только для тех физических величин, которые описываются линейными алгебраическими уравнениями, например, для токов и напряжений в линейных цепях. Принцип наложения не выполняется для мощности, которая с током связана нелинейным уравнением $P = I^2 R$.

Сущность МН состоит в том, что в сложной схеме с несколькими источниками последовательно рассчитываются частичные токи от каждого источника в отдельности. Расчет частичных токов выполняют, как правило, методом преобразования схемы. Действительные токи определяются путем алгебраического сложения частичных токов с учетом их направлений.

Этапы применения МН:

1. Определяем количество узлов - m , ветвей - n , количество источников ЭДС n_E и количество источников тока n_J . Затем определяем общее количество источников энергии $n_{E,J} = n_E + n_J$.

2. Задаем произвольно условно-положительные направления истинных токов в каждой ветви. Нумеруем источники энергии.

3. Изображаем $n_{E,J}$ подсхем, в каждой из которых оставляем только один источник энергии, а вместо других источников энергии оставляем их внутренние сопротивления (у идеального источника ЭДС внутреннее сопротивление стремится к нулю – ничего не ставим, а у идеального источника тока внутреннее сопротивление стремится к бесконечности – ветвь не учитывается, разрыв в цепи).

4. В каждой подсхеме определяется частичный ток.

5. Ток ветви находится алгебраическим суммированием частичных токов подсхем. С плюсом записываются частичные токи, которые совпадают по направлению с искомым током ветви, и с минусом, если не совпадают.

6. При необходимости можно определить напряжения на отдельных элементах, мощности источников энергии и мощности приемников энергии.

Метод расчета тока в выделенной ветви сложной схемы, основанный на применении теоремы об эквивалентном генераторе, получил название **метода эквивалентного генератора напряжения (тока) (МЭГ)** или метода холостого хода и короткого замыкания (х.х. и к.з.).

Теорема об эквивалентном генераторе гласит: *по отношению к выводам выделенной ветви или отдельного элемента остальную часть сложной схемы можно заменить а) эквивалентным генератором напряжения с ЭДС E_Θ , равной напряжению холостого хода на выводах выделенной ветви или элемента ($E_\Theta = U_{xx}$) и с внутренним сопротивлением R_0 , равным входному сопротивлению схемы со стороны выделенной ветви или элемента ($R_0 = R_{ex}$); б) эквивалентным генератором тока с J_Θ , равным току короткого замыкания на выводах выделенной ветви или элемента ($J_\Theta = I_{kz}$), и с внутренней проводимостью G_0 , равной входной проводимости схемы со стороны выделенной ветви или элемента ($G_0 = G_{ex}$).*

Этапы применения МЭГ:

1. Определяем количество узлов - m , ветвей - n .

2. Задаем произвольно условно-положительные направления истинных токов в каждой ветви. Обозначаем узлы.

3. Удаляем из сложной схемы выделенную ветвь, выполняем расчет оставшейся части сложной схемы любым методом и определяем напряжение холостого хода между точками подключения выделенной ветви.

4. Удаляем из сложной схемы выделенную ветвь, закорачиваем в схеме точки подключения выделенной ветви, выполняем расчет оставшейся части сложной схемы любым методом и определяем ток короткого замыкания в закороченном участке между точками подключения выделенной ветви.

5. Удаляем из схемы выделенную ветвь, в оставшейся части схемы удаляем все источники (источники ЭДС E закорачиваются, а ветви с

источниками тока J удаляют из схемы), методом преобразования выполняем свертку пассивной схемы относительно точек подключения выделенной ветви и таким образом определяем входное сопротивление.

6. Составляем одну из эквивалентных схем замещения с генератором напряжения или с генератором тока.

7. Выполняем расчет эквивалентной схемы и находим искомый ток (используя закон Ома или метод двух узлов).

Принцип компенсации (ПК) необходим для упрощения расчетов в электрических цепях. Различают *ПК напряжения (ПКН)* и *ПК тока (ПКТ)*.

ПКН гласит, что *токи во всех ветвях электрической цепи не изменяются, если любой участок электрической цепи заменить источником ЭДС, величина которого равна напряжению на этом участке, а направление встречно этому напряжению.*

ПКТ гласит, что *токи во всех ветвях электрической цепи не изменяются, если любую ветвь электрической цепи заменить источником тока, величина которого равна току, протекающему в ветви, и совпадает с её направлением.*

Следует отметить, что ЭДС или ток источника, который заменяет участок цепи, зависит от тока этого участка цепи. При изменении параметров других элементов цепи ток этого участка в общем случае изменяется, а поэтому указанный источник является зависимым (управляемым) источником ЭДС или тока.

Принцип взаимности (ПВ) определяет связи между токами и напряжениями в двух ветвях пассивной цепи при действии в них источников различного характера.

ПВ гласит, что *если источник ЭДС E , включенный в ветви m , вызывает в ветви n частичный ток I , то такой же источник ЭДС E , включенный в ветви n , вызывает в ветви m такой же частичный ток I .*

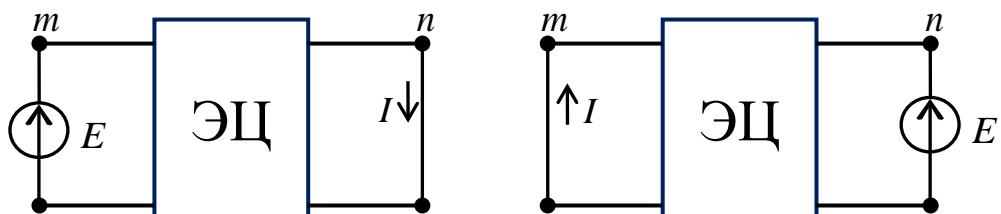


Рисунок 5.1

При практическом применении ПВ важно иметь в виду взаимное соответствие направлений токов и ЭДС источников.

Цепи, для которых выполняется ПВ называются *обратимыми*, а если не выполняется - *необратимыми* (например, нелинейные цепи).

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте закон Ома для различных участков цепи.

2. Сформулируйте законы Кирхгофа и этапы их применения при расчете электрических цепей.
3. Объясните методику решения задач с применением законов Ома и Кирхгофа.
4. Объясните этапы применения метода контурных токов.
5. Объясните этапы применения метода узловых потенциалов.
6. Объясните этапы применения метода двух узлов.
7. Объясните этапы применения метода наложения.
8. Объясните этапы применения метода эквивалентного генератора.
9. Сформулируйте принципы компенсации и взаимности.

Литература

- 1 Алимгазинова Н.Ш. Теория Электрических Цепей. Курс Лекций. – Алматы: Қазақ университеті, 2016. – 8,7 п.л..
- 2 Манаков С.М., Алимгазинова Н.Ш., Бурисова Д.Ж., Исимова А.Т. Основы электротехники в упражнениях и задачах. – Алматы: Қазақ университеті, 2016. – 10 п.л..
- 3 Манаков С.М., Алимгазинова Н.Ш., Толегенова А.А. Учебно-Методическое Пособие По Курсу "Теория Электрических Цепей". – Алматы: Қазақ университеті, 2016. – 12 п.л.
- 4 Теоретические основы электротехники. Версия 1.0 [Электронный ресурс]: конспект лекций / С. Г. Иванова, В. В. Новиков. – Электрон. дан. (4 Мб). – Красноярск: ИПК СФУ, 2008.
- 5 Атабеков Г. И. Основы теории цепей : учебник / Г. И. Атабеков . – 2-е изд., испр . – СПб. : Лань, 2006 . – 432 с.
- 6 Прянишников В.А. Теоретические основы электротехники. М: КОРОНА-Век, 2012. - 368 с.
- 7 Атабеков Г.И. Нелинейные электрические цепи. Теоретические основы электротехники. Учебное пособие. СПб.: Питер, Лань, 2010. – 432 с.
- 8 Бессонов Л.А. Электрические цепи. Теоретические основы электротехники. М: Юрайт, 2016. – 701 с.
- 9 Попов В.П. Основы теории цепей: Учебник для студ. вузов спец. Радиотехника. – М.: Высшая школа, 2000. – 574 с.